

2023-24学年春季学期“数理逻辑”课程作业四

1.请证明以下断言：在LK的一个证明中，若 C 为 D 的前辈，则 D 为 C 的子公式。

2.请在不使用完全性定理的情况下证明以下断言：空矢列“ \vdash ”在LK中不可证。

3.设 Γ 为一阶语言的公式集， ϕ 为一公式。请证明：若 $\Gamma \vdash \phi$ ，则存在 Γ 的有穷子集 Δ 使 $\Delta \vdash \phi$ 。

4.一个平面图 (V, E, F) 可“ k -着色”的含义为存在一种映射将该平面图的面 (F) 映射到 k 种颜色之一，同时保证任意两个共享至少一条边的面不被映射到同一种颜色。请证明“一个无穷平面图可以4-着色”的充要条件为“该地图的每一个有穷子地图可4-着色”。

5.请给出下列基本模态语言公式的标准翻译

(1) $p \rightarrow \Box \Diamond p$;

(2) $(\Box p \wedge \Diamond q) \rightarrow \Diamond (p \wedge q)$.