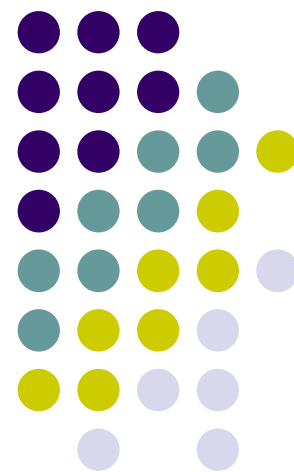


# 命题逻辑

南京大学计算机科学与技术系





# 内容提要

- 引言
- 逻辑运算符
- 命题的真值表
- 逻辑等价
- 命题逻辑的推理问题
- 命题逻辑公式的范式





# 引言—编程语言中的布尔表达式

- **Java**程序设计语言中的布尔运算符

- $\&\&$ ,  $\parallel$ ,  $!$

- 举例

- $(a \geq 5) \&\& (a \leq 10)$

- $p \parallel !q$

```
if  $x < 0$  then abs := -x  
else abs := x
```

- 程序验证需要考察有关不变式

- 条件/循环语句

- 程序分析时需要考虑布尔表达式的可满足性



# 引言—逻辑谜题

- 泥巴孩谜题

- 一个男孩和一个女孩玩耍回来，看不见自己的额头，父亲说“你们当中至少有一个人额头上有泥”。父亲问孩子“你知道你额头上有没有泥？”

$p$ : 男孩的额头上有泥

$q$ : 女孩的额头上有泥

$p \vee q$  为真



# 引言—日常生活中的逻辑

- 父子对话
  - 子：爸爸，我要玩游戏
  - 父：不做完作业不能玩游戏（除非...，否则不允许....）
- 如果以 $p$ 表示“做完作业”， $q$ 表示“玩游戏”
  - 常理： $p \rightarrow q$
  - 数学： $\neg p \rightarrow \neg q$ （等价命题： $q \rightarrow p$ ）

# 命题



- 命题是一个陈述语句，即一个陈述事实的句子
  - 要么真，要么假
  - 不能既真又假
- 判断下列句子是否为命题
  - ✓ ● 税收下降了
  - ✓ ● 我的收入上升了
  - ✓ ● 今天是星期五
  - ✗ ● 你会说英语吗？
  - ✗ ●  $3-x=5$
  - ✗ ● 我们走吧！
  - ✓ ● 任一足够大的偶数一定可以表示为两个素数之和。
  - ✗ ● 他是个多好的人呀！
  - ✗ ● “我现在说的是假话。”



# 命题变元

- 常用小写字母表示命题变元，如： $p, q, r$
- 命题变元的取值范围为： $\{T, F\}, \{1, 0\}$
- 命题也可以表示为命题变元的形式，可以理解为该变元“已赋值”
  - $p$ : 今天是周五 ( $p=0$ )
  - $q$ :  $2+2=4$  ( $q=1$ )



# 原子命题与复合命题

- 复合命题

- 并非外面在下雨。
- 张挥与王丽都是三好学生。
- 张晓静不是江西人就是安徽人。
- 如果 $2+3=6$ ，则 $\pi$ 是有理数。
- $\sqrt{3}$  是无理数当且仅当加拿大位于亚洲。

复合命题是否为真，取决于：

作为复合成分的子命题的真假  
逻辑运算符（联接词）的语义





# 否定（运算符，联接词）

$\neg p$ : “非 $p$ ”

$\neg p$ 的真值表

$p$	$\neg p$
0	1
1	0

$p$ 所有可能的取值



# 合取（运算符，联接词）

$p \wedge q$ : “ $p$  并且  $q$ ”

$p$	$q$	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$p \wedge q = 1$  iff  
 $p$ 和 $q$ 均为1

$(p, q)$  所有可能的取值